

## Übung 1

Abgabe bis Donnerstag, 3.11., 10.15 Uhr

### Aufgabe 1: [Zahldarstellung]

- Schreiben Sie die Binärzahl 100101 als Dezimalzahl.
- Schreiben Sie die Dezimalzahl 100101 als Hexadezimalzahl.
- Schreiben Sie die Hexadezimalzahl 100101 als Binärzahl.
- Seien  $z_1$  und  $z_2$  zwei natürliche Zahlen mit identischer Ziffernfolge  $d_{N-1}d_{N-2}\dots d_0$  bezüglich unterschiedlicher Basen  $b_1$  und  $b_2$ . Welche der folgenden Aussagen sind wahr?
  - falls  $b_1 > b_2$ , so ist  $z_1 > z_2$
  - falls  $z_1 > z_2$ , so ist  $b_1 > b_2$
  - falls  $b_1$   $b_2$  teilt, so teilt  $z_1$   $z_2$
  - falls  $z_1$   $z_2$  teilt, so teilt  $b_1$   $b_2$
  - $z_1 + z_2$  besitzt in der Basis  $b_1 + b_2$  die selbe Ziffernfolge wie  $z_1$  bzw.  $z_2$
  - $z_1 \cdot z_2$  besitzt in der Basis  $b_1 + b_2$  die selbe Ziffernfolge wie  $z_1$  bzw.  $z_2$

Punkte:

### Aufgabe 2: [Zweierkomplement]

- Schreiben Sie die Zahl  $-25$  in 8- und in 16-Bit Zweierkomplement-Darstellung.
- Sei  $z$  eine negative Zahl in  $N$ -Bit Zweierkomplement-Darstellung. Welche positive Zahl entsteht durch Invertieren aller Bits in der Zahldarstellung von  $z$ ?
- Welche negativen Zahlen sind in der  $N$ -Bit Zweierkomplement-Darstellung bis auf das Vorzeichen-Bit identisch mit ihren positiven Gegenstücken?

Punkte:

### Aufgabe 3: [Festkommazahlen]

Ein – zugegeben etwas primitiver – Rechner stellt reelle Zahlen im Festkommaformat mit einem Byte dar. Dabei werden ein Vorzeichen-Bit, vier Bits vor dem Komma und drei Bits hinter dem Komma verwendet. Somit haben Zahlen im Rechner die Form

$$z = (-1)^s \sum_{i=1}^7 d_i \cdot 2^{i-4}$$

- (a) Welche Darstellung haben die Zahlen 7.25 und -5.625?
- (b) Wie viele verschiedene Zahlen können in obigem Format dargestellt werden?
- (c) Geben Sie die maximal und minimal darstellbaren Zahlen  $z_{max}$  und  $z_{min}$  an
- (d) Skizzieren (bzw. plotten) Sie alle darstellbaren Zahlen auf einer Zahlengeraden.
- (e) Nicht darstellbare Zahlen im Bereich  $[z_{min}, z_{max}]$  werden auf die nächste darstellbare Zahl gerundet. Geben Sie den absoluten und den relativen Rundungsfehler bei der Darstellung der Zahl  $1/3$  an.
- (f) Bestimmen Sie den maximalen absoluten und relativen Rundungsfehler für reelle Zahlen im Bereich  $[z_{min}, z_{max}]$ .

Punkte: 10

**Aufgabe 4:** [Gleitkommazahlen]

Unser Ein-Byte-Rechner soll nun mit Gleitkomma-Arithmetik ausgestattet werden. Bei der (normalisierten) Zahldarstellung werden ein Bit für das Vorzeichen, vier Bits für die Mantisse und drei Bits für den Exponenten bei einem Bias von drei verwendet. Die führende Eins in der Mantisse und im Exponenten wird jeweils nicht abgespeichert.

- (a) Welche Darstellung haben die Zahlen 6.5 und -0.375?
- (b) Wie viele verschiedene Zahlen können in diesem Gleitkomma-Format dargestellt werden?
- (c) Geben Sie die maximal und minimal darstellbaren Zahlen  $z_{max}$  und  $z_{min}$  sowie die betragsmäßig kleinste darstellbare Zahl ungleich Null an.
- (d) Skizzieren (bzw. plotten) Sie alle darstellbaren Zahlen auf einer Zahlengeraden.
- (e) Auch hier werden nicht darstellbare Zahlen auf die nächste darstellbare Zahl gerundet. Bestimmen Sie den maximalen absoluten und relativen Rundungsfehler für reelle Zahlen im Bereich  $[z_{min}, z_{max}]$ .

Punkte: 9

*Hinweis: Die Aufgaben 3(d) und 4(d) eignen sich sehr gut als einfache Programmierübungen zur Erzeugung von Computerplots. Sie werden solche Plots im Rahmen der Prama-Übungen später noch öfters erstellen.*

**Aufgabe 5:** [Bonusaufgabe zum Knobeln]

*Phil stellt beim Sortieren seiner Plattensammlung überrascht fest, daß eine Platte fehlt. Laut seiner – leider etwas kryptischen – Aufzeichnungen hat die Platte die Nummer 11250859. Aus welchem Jahr stammt das Album?*

*Die Lösungen der Knobelaufgaben können auf der Prama-Seite im Internet abgegeben werden. Wer am Ende des Semesters die meisten Aufgaben gelöst hat, bekommt einen Preis. Bei Gleichstand entscheidet die Geschwindigkeit.*

**Gesamtpunktzahl: 32 Punkte**