Institut für Angewandte Mathematik
Universität Bonn
Abt. Wissenschaftliches Rechnen und Numerische Simulation
Prof. Dr. M. Griebel, M. Arndt

Analysis I
Wintersemester 2000/2001
Aufgabenblatt 3

Ausgabe: Freitag, den 3. November 2000
Abgabe: Freitag, den 10. November 2000, 10:00-10:15

Aufgabe 11:
Sei $g \in \mathbb{R}$ das *Verhältnis des Goldenen Schnitts*, d.h. $g = h^{-1}$, wobei h diejenige positive reelle Zahl mit

$$\frac{1}{h} = \frac{h}{1-h}$$

ist. Zeige, daß g nicht rational ist: $g \notin \mathbb{Q}$. (4 Punkte)

Aufgabe 12:
Sei $p \in \mathbb{R}$, $p > 1$. Zur iterativen Bestimmung von $\sqrt{p}$ kann folgendes Verfahren benutzt werden:

$$x_1 := p, \qquad x_{i+1} := \frac{1}{2}\Big(\frac{p}{x_i} + x_i\Big)$$

a) Zeige, daß für $i \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\frac{p}{x_i} < \sqrt{p} < x_i$$

(2 Punkte)

b) Zeige, daß die Fehlerschranke aus a) sich in jedem Schritt mehr als halbiert, d.h. für $i \in \mathbb{N}$ gilt

$$x_{i+1} - \frac{p}{x_{i+1}} < \frac{1}{2}\Big(x_i - \frac{p}{x_i}\Big)$$

(2 Punkte)

Aufgabe 13:
Klassische Statistik: Auf n Zellen sollen k unterscheidbare Teilchen verteilt werden, wobei die i-te Zelle genau k_i Teilchen erhalten soll, $\sum_{i=1}^n k_i = k$. Die Anordnung innerhalb der Zellen werde nicht berücksichtigt. Zeige, daß es genau

$$\frac{k!}{\prod_{i=1}^n (k_i!)}$$

verschiedene Verteilungen gibt. (4 Punkte)

Aufgabe 14:
Zeige, daß für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Zahl

$$1 + 2^{2^n} + 2^{2^{n+1}}$$

durch 7 teilbar ist. (3 Punkte)

Die Aufgabenblätter sind auch unter http://wissrech.iam.uni-bonn.de/lehre/Analysis1_WS00 verfügbar.