Institut für Angewandte Mathematik
Universität Bonn
Abt. Wissenschaftliches Rechnen und Numerische Simulation
Prof. Dr. M. Griebel, M. Arndt

Analysis I
Wintersemester 2000/2001
Aufgabenblatt 2

Ausgabe:	Freitag, den 27. Oktober 2000
Abgabe:	Freitag, den 3. November 2000, 10:00-10:15

Aufgabe 6:
Beweise mit Hilfe vollständiger Induktion:

a) $$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)(i+2)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$$ (2 Punkte)

b) $$\sum_{i=1}^{2n} (-1)^{i+1}\frac{1}{i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n+i}$$ (2 Punkte)

Aufgabe 7:
In der Vorlesung wurde die Addition und Multiplikation zweier natürlicher Zahlen m und n definiert durch

$$\begin{array}{llll} (A1) & m+1 := m' & (M1) & m \cdot 1 := m \\ (A2) & m+(n') := (m+n)' & (M2) & m \cdot (n') := (m \cdot n) + m, \end{array}$$

wobei $' : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ die Nachfolgerabbildung der Peano-Axiome ist. Zeige, daß aus (A1), (A2), (M1) und (M2) für alle $k, m, n \in \mathbb{N}$ folgt:

(A^+)	$(k+m)+n = k+(m+n)$	Assoziativgesetz der Addition	(1 Punkt)
(K^+)	$m+n = n+m$	Kommutativgesetz der Addition	(1 Punkt)
(D1)	$(k+m)\cdot n = (k\cdot n)+(m\cdot n)$	Distributivgesetz	(1 Punkt)
(D2)	$k\cdot(m+n) = (k\cdot m)+(k\cdot n)$		(1 Punkt)
($A^\bullet$)	$(k\cdot m)\cdot n = k\cdot(m\cdot n)$	Assoziativgesetz der Multiplikation	(1 Punkt)
($M^\bullet$)	$m\cdot n = n\cdot m$	Kommutativgesetz der Multiplikation	(1 Punkt)

Aufgabe 8:
Fermi-Statistik: Auf n Zellen sollen k nicht unterscheidbare Teilchen verteilt werden, wobei pro Zelle maximal ein Teilchen erlaubt ist. Zeige, daß es genau

$$\binom{n}{k}$$

verschiedene Verteilungen gibt. (4 Punkte)

Aufgabe 9:
Bose-Einstein-Statistik: Auf n Zellen sollen k nicht unterscheidbare Teilchen verteilt werden, wobei beliebig viele Teilchen pro Zelle erlaubt sind. Zeige, daß es genau

$$\binom{n+k-1}{k}$$

verschiedene Verteilungen gibt. (4 Punkte)

Aufgabe 10:
Beweise: Die Vereinigung abzählbar vieler abzählbarer Mengen ist abzählbar. Hinweis: Verwende ein Diagonalverfahren. (4 Punkte)

Die Aufgabenblätter sind auch unter http://wissrech.iam.uni-bonn.de/lehre/Analysis1_WS00 verfügbar.